



Planificação Anual de Matemática A - 12.º ano

Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
1.º Período			
<b>Cálculo Combinatório</b>  <b>Propriedades das operações sobre conjuntos</b>  1. Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e elemento absorvente e da idempotência da união e da interseção e propriedades distributivas da união em relação à interseção e da interseção em relação à união.  2. Distributividade do produto cartesiano relativamente à união.  <b>Introdução ao cálculo combinatório</b>  1. Conjuntos equipotentes e cardinais; cardinal da união de conjuntos disjuntos.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conhecer propriedades das operações sobre conjuntos</li>  <li>• Conhecer e aplicar factos elementares do cálculo Combinatório.</li></ul>	<p><b>Promover estratégias que envolvam aquisição de conhecimento, informação e outros saberes, relativos aos conteúdos das AE, que impliquem:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Estabelecer conexões entre diversos temas matemáticos e de outras disciplinas.</li></ul>	<p>Conhecedor/sabedor/ culto/informado (A, B, G, I, J)</p> <p>Criativo (A, C, D)</p> <p>Crítico/Analítico (A, B, C, D, G)</p> <p>Indagador/Investigador (C, D, F, H, I)</p> <p>Respeitador da diferença/do outro (A, B, E, F, H)</p>

Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
<p>2. Cardinal do produto cartesiano de conjuntos finitos;</p> <p>3. Arranjos com repetição.</p> <p>4. Número de subconjuntos de um conjunto de cardinal finito;</p> <p>5. Permutações; fatorial de um número inteiro não negativo;</p> <p>6. Arranjos sem repetição.</p> <p>7. Número de subconjuntos de elementos de um conjunto de cardinal; combinações.</p> <p>8. Resolução de problemas envolvendo cardinais de conjuntos, contagens, arranjos e combinações.</p> <p><b>Triângulo de Pascal e Binómio de Newton</b></p> <p>1. Fórmula do Binómio de Newton.</p> <p>2. Triângulo de Pascal: definição e construção.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e aplicar diferentes processos de contagem simples.</li>   <li>• Conhecer e aplicar na resolução de problemas: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ arranjos com e sem repetição;</li> <li>▪ permutações e fatorial de um número inteiro não negativo;</li> <li>▪ combinações.</li> </ul> </li>   <li>• Conhecer o Triângulo de Pascal e o Binómio de Newton.</li>   <li>• Resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar a lógica à medida que vai sendo precisa e em ligação com outros temas matemáticos promovendo uma abordagem integrada no tratamento de conteúdos pertencentes a outros domínios.</li> </ul>	<p>Sistematizador/organizador (A, B, C, I, J)</p> <p>Questionador (A, F, G, I, J)</p> <p>Comunicador (A, B, D, E, H)</p> <p>Autoavaliador (transversal às áreas)</p> <p>Participativo/colaborador (B, C, D, E, F)</p> <p>Responsável/autónomo (C, D, E, F, G, I, J)</p> <p>Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)</p>

Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
<p>3. Resolução de problemas envolvendo o Triângulo de Pascal e o Binómio de Newton.</p> <p style="text-align: center;"><b>Probabilidade</b></p> <p><b>Espaços de probabilidade</b></p> <p>1. Probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito; espaço de probabilidades.</p> <p>2. Acontecimento impossível, certo, elementar e composto. Acontecimentos incompatíveis, acontecimentos contrários, acontecimentos equiprováveis e regra de Laplace.</p> <p>3. Propriedades das probabilidades: probabilidade do acontecimento contrário, probabilidade da diferença e da união de acontecimentos; monotonia da probabilidade.</p> <p><b>Probabilidade condicionada</b></p> <p>1. Probabilidade condicionada.</p> <p>2. Acontecimentos independentes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definir espaços de probabilidade.</li> <li>• Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito.</li> <li>• Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis.</li> <li>• Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace.</li> <li>• Conhecer e usar propriedades das probabilidades: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ probabilidade do acontecimento contrário;</li> <li>▪ probabilidade da diferença de acontecimentos;</li> <li>▪ probabilidade da união de acontecimentos.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tirar partido da utilização da tecnologia nomeadamente para experimentar, investigar, comunicar, programar, criar e implementar algoritmos.</li> </ul>	

Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
<p>3. Resolução de problemas envolvendo probabilidade condicionada e acontecimentos independentes.</p> <p>4. Resolução de problemas envolvendo a determinação de probabilidades em situações de equiprobabilidade de acontecimentos elementares.</p> <p>5. Resolução de problemas envolvendo espaços de probabilidade e o estudo de propriedades da função de probabilidade.</p> <p><b>Funções Reais de Variável Real</b></p> <p><b>Limites, Continuidade e Assíntotas</b></p> <p>1. Consolidação de conteúdos de 11º ano: Funções contínuas: - Funções contínuas num ponto - Funções contínuas num conjunto - Operações com funções contínuas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e definir a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes.</li>   <li>• Resolver problemas.</li>   <li>• Estudar a continuidade de uma função num ponto e num subconjunto do domínio.</li> <li>• Identificar e justificar a continuidade de funções polinomiais, racionais e irracionais.</li> <li>• Conhecer a continuidade da soma, da diferença, do produto e do quociente de funções contínuas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar a tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjeturas.</li> </ul>	

Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
2. Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy); 3. Consolidação de conteúdos de 11º ano: -Assíntotas ao gráfico de uma função.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e aplicar o teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy).</li> <li>• Identificar graficamente e determinar as assíntotas verticais, horizontais e oblíquas ao gráfico de uma função.</li> </ul>		
2.º período			
<p><b>Derivadas e funções reais de variável real</b></p> <p>1. Regras de derivação            - Cálculo de derivadas de funções utilizando as regras de derivação e as derivadas de funções de referência.</p> <p>2. Aplicações das derivadas ao estudo de funções.            - Diferenciabilidade e extremos locais.            - Diferenciabilidade e monotonia.            - Problemas de otimização e outras aplicações das derivadas.</p> <p><b>Derivadas de segunda ordem, extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexão</b></p> <p>1. Derivada de segunda ordem de uma função.            2. Sinal da derivada de segunda ordem num ponto crítico e</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e aplicar a derivada da soma, da diferença, do produto e do quociente de funções diferenciáveis;</li> <li>• Conhecer e aplicar a derivada de funções do tipo <math>f(x) = x^\alpha</math> (com <math>\alpha</math> racional e <math>x &gt; 0</math>).</li> <li>• Relacionar o sinal e os zeros da função derivada com a e extremos da função e interpretar graficamente.</li> <li>• Resolver problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis;</li> <li>• Conhecer a composição de funções e o teorema da derivada da função composta.</li> <li>• Relacionar a derivada de segunda ordem com o sentido da concavidade do gráfico de uma função e com a noção de aceleração.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar a tecnologia gráfica, geometria dinâmica e folhas de cálculo, no estudo de funções, geometria e estatística.</li> </ul>	

<b>Domínios</b> <b>Subdomínios/ Subtemas/</b> <b>Subárea/ Conteúdos</b>	<b>Aprendizagens essenciais:</b> <b>Conhecimentos/ Capacidades e atitudes</b> <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	<b>Ações estratégicas de ensino</b> <b>orientadas para o perfil dos alunos</b>	<b>Descritores do perfil dos</b> <b>alunos</b>
<p>identificação de extremos locais.</p> <p>3. Pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis.</p> <p>4. Interpretação cinemática da derivada de segunda ordem de uma função posição: aceleração média e aceleração; unidades de medida de aceleração.</p> <p>5. Estudo e traçados de gráficos de funções diferenciáveis.</p> <p>6. Resolução de problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis.</p> <p>7. Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas, acelerações médias e acelerações instantâneas e mudanças de unidades de aceleração.</p> <p>8. Resolução de problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma <math>f(x)=g(x)</math> utilizando uma calculadora gráfica.</p> <p><b>Trigonometria e Funções</b> <b>Trigonométricas</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas.</li> <li>• Fazer o estudo completo de uma função.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apreciar o papel da matemática no desenvolvimento das outras ciências e o seu contributo para a compreensão e resolução dos problemas da humanidade através dos tempos.</li> </ul>	

Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
<p><b>Diferenciação de funções trigonométricas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação.</li> <li>2. Limite notável <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}</math>.</li> <li>3. Diferenciabilidade das funções seno, cosseno e tangente.</li> <li>4. Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções trigonométricas.</li> </ol> <p><b>Funções Exponenciais e Logarítmicas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sucessão de termo geral <math>u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n</math></li> <li>2. Definição do número de Neper</li> <li>3. Funções exponenciais <ul style="list-style-type: none"> <li>- Propriedades da função definida nos números racionais pela expressão <math>f(x)=a^x</math>, <math>a&gt;0</math>: monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas.</li> <li>- Extensão ao caso real: definição das funções exponenciais de base a e respetivas propriedades.</li> </ul> </li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer as fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação.</li> <li>• Conhecer e aplicar o limite notável <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}</math>.</li> <li>• Conhecer e aplicar as derivadas das funções seno, cosseno e tangente.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas num contexto de modelação.</li> <li>• Estudar da sucessão de termo geral <math>u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n</math>, com <math>x \in \mathbb{R}</math> e definição de número de Neper.</li> <li>• Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo <math>f(x) = a^x</math>, (<math>a &gt; 1</math>): monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados.</li> </ul>	

<b>Domínios</b> <b>Subdomínios/ Subtemas/</b> <b>Subárea/ Conteúdos</b>	<b>Aprendizagens essenciais:</b> <b>Conhecimentos/ Capacidades e atitudes</b> <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	<b>Ações estratégicas de ensino</b> <b>orientadas para o perfil dos alunos</b>	<b>Descritores do perfil dos</b> <b>alunos</b>
<p>- Função exponencial <math>e^x</math> e relação com o limite da sucessão de termo geral <math>u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math>.</p> <p>- Limite notável e derivada da função exponencial.</p> <p>4. Funções logarítmicas</p> <p>- Função logarítmica de base enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base <math>a \neq 1</math>; logaritmo decimal e logaritmo neperiano.</p> <p>- Monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos.</p> <p>- Derivadas das funções logarítmicas e da função <math>a^x</math>, <math>a &gt; 0</math>;</p> <p>- Derivada da função <math>x^a</math>, <math>a</math> real.</p> <p><b>Limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas</b></p> <p>1. Limites notáveis: <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}</math> e <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}</math></p> <p>2. Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis.</p>	<p>• Caracterizar uma função logarítmica como função inversa de uma função exponencial de base <math>a</math>, com <math>a &gt; 1</math>, referindo logaritmos neperiano e decimal.</p> <p>• Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo <math>f(x) = \log_a x</math>: monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas dos logaritmos.</p> <p>• Conhecer e aplicar os <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}</math> e <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}</math>.</p>	<p>• Resolver problemas, atividades de modelação ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens, em contextos matemáticos e de outras disciplinas, nomeadamente Física e Economia.</p>	



Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
3.º período			
<p align="center"><b>Números Complexos</b></p> <p><b>Introdução aos números complexos</b> <b>Corpo dos números complexos.</b> <b>Forma algébrica de um número complexo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Representação dos números complexos na forma <math>Z=a+bi</math>, <math>a,b \in \mathbb{R}</math></li> <li>- Parte real e parte imaginária dos números complexos; o plano complexo e os eixos real e imaginário; ponto afixo de um número complexo.</li> <li>- Operações com números complexos na forma algébrica.</li> </ul> <p><b>Forma trigonométrica de um número complexo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Argumento de um número complexo e representação trigonométrica dos números complexos.</li> <li>- Operações com números complexos na forma trigonométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contextualizar historicamente a origem dos números complexos.</li> <li>• Definir a unidade imaginária e o conjunto <math>\mathbb{C}</math> dos números complexos.</li> <li>• Representar números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica.</li> <li>• Representar geometricamente números complexos.</li> <li>• Operar com números complexos na forma algébrica (adição, multiplicação e divisão).</li> <li>• Operar com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).</li> <li>• Explorar geometricamente as operações com números complexos e resolver problemas envolvendo as propriedades algébricas e geométricas dos números complexos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões.</li> </ul>	

Domínios Subdomínios/ Subtemas/ Subárea/ Conteúdos	Aprendizagens essenciais: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
<p><b>Raízes n-ésimas de números complexos</b></p> <p>- Soluções das equações da forma <math>z^n=W</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math> e <math>W \in \mathbb{C}</math>; raízes em <math>\mathbb{C}</math> de polinómios do segundo grau de coeficientes reais.</p> <p>- Resolução de problemas envolvendo propriedades algébricas e geométricas dos números complexos, a respetiva forma trigonométrica, raízes n-ésimas de números complexos e as fórmulas de De Moivre.</p> <p><b>Conjuntos de pontos definidos por condições sobre números complexos.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver e interpretar as soluções de equações em <math>\mathbb{C}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.</li> </ul>	

**Temas Transversais:** Lógica e Teoria de Conjuntos; Resolução de Problemas e História e Modelação Matemáticas

**Conhecimentos, capacidades e atitudes transversais:** Resolução de problemas, Raciocínio matemático e Comunicação matemática.

Expressar oralmente e por escrito ideias, com precisão e rigor, e explicar e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (conversões, notações, terminologia e simbologia) **1.ºP – 2.ºP – 3.ºP**

### Áreas de Competências do Perfil do Aluno

Legenda: **A** - Linguagem e Textos; **B** - Informação e Comunicação; **C** - Raciocínio e Resolução de Problemas; **D** - Pensamento Crítico e Pensamento Criativo; **E** - Relacionamento Interpessoal; **F** - Desenvolvimento Pessoal e Autonomia; **G** - Bem-estar, Saúde e Ambiente; **H** - Sensibilidade Estética e Artística; **I** - Saber Científico, Técnico e Tecnológico; **J** - Consciência e Domínio do Corpo