



Domínio/ Subdomínios Conteúdos	Aprendizagens: Conhecimentos/ Capacidades e atitudes <i>O aluno deve ficar capaz de:</i>	Ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos	Descritores do perfil dos alunos
<b>1.º Período</b>			Crítico/Analítico (A, B, C, D, G)
<p style="text-align: center;"><b>Cálculo Combinatório</b></p> <p><b>Propriedades das operações sobre conjuntos</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e elemento absorvente e da idempotência da união e da interseção e propriedades distributivas da união em relação à interseção e da interseção em relação à união.</li><li>Distributividade do produto cartesiano relativamente à união.</li></ol> <p><b>Introdução ao cálculo combinatório</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>Conjuntos equipotentes e cardinais; cardinal da união de conjuntos disjuntos.</li><li>Cardinal do produto cartesiano de conjuntos finitos;</li><li>Arranjos com repetição.</li><li>Número de subconjuntos de um conjunto de cardinal finito;</li><li>Permutações; fatorial de um número inteiro não negativo;</li><li>Arranjos sem repetição.</li><li>Número de subconjuntos de elementos de um conjunto de cardinal ; combinações.</li><li>Resolução de problemas envolvendo cardinais de conjuntos, contagens, arranjos e combinações.</li></ol>			

<p><b>Triângulo de Pascal e Binómio de Newton</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Fórmula do binómio de Newton.</li> <li>2. Triângulo de Pascal: definição e construção.</li> <li>3. Resolução de problemas envolvendo o triângulo de Pascal e o binómio de Newton.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b>Probabilidade</b></p> <p><b>Espaços de probabilidade</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito; espaço de probabilidades.</li> <li>2. Acontecimento impossível, certo, elementar e composto. acontecimentos incompatíveis, acontecimentos contrários, acontecimentos equiprováveis e regra de Laplace.</li> <li>3. Propriedades das probabilidades: probabilidade do acontecimento contrário, probabilidade da diferença e da união de acontecimentos; monotonia da probabilidade.</li> <li>4. Resolução de problemas envolvendo a determinação de probabilidades em situações de equiprobabilidade de acontecimentos elementares.</li> <li>5. Resolução de problemas envolvendo espaços de probabilidade e o estudo de propriedades da função de probabilidade.</li> </ol> <p><b>Probabilidade condicionada</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Probabilidade condicionada.</li> <li>2. Acontecimentos independentes.</li> <li>3. Resolução de problemas envolvendo probabilidade condicionada e acontecimentos independentes.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer o triângulo de Pascal e o binómio de Newton .</li> <li>• Resolver problemas.</li> <li>• Definir espaços de probabilidade.</li> <li>• Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito.</li> <li>• Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis.</li> <li>• Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace.</li> <li>• Conhecer e usar propriedades das probabilidades: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ probabilidade do acontecimento contrário;</li> <li>▪ probabilidade da diferença de acontecimentos;</li> <li>▪ probabilidade da união de acontecimentos.</li> </ul> </li> <li>• Conhecer e definir a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes.</li> <li>• Resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tirar partido da utilização da tecnologia nomeadamente para experimentar, investigar, comunicar, programar, criar e implementar algoritmos.</li> </ul>	<p>Conhecedor/ sabedor/ culto/ informado (A, B, G, I, J)</p> <p>Criativo (A, C, D, J)</p>
---	---	---	---

## Funções Reais de Variável Real

### Limites, Continuidade e Assíntotas

#### 1. Consolidação de conteúdos de 11º ano:

##### Funções contínuas:

- Funções contínuas num ponto
- Funções contínuas num conjunto
- Operações com funções contínuas

#### 2. Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy);

#### 3. Consolidação de conteúdos de 11º ano:

Assíntotas ao gráfico de uma função

### Derivadas e funções reais de variável real

#### 1- Recuperação de conteúdos de 11º ano:

##### 1.1. Regras de derivação

- Cálculo de derivadas de funções utilizando as regras de derivação e as derivadas de funções de referência.

##### 1.2. Aplicações das derivadas ao estudo de funções.

- Diferenciabilidade e extremos locais.
- Diferenciabilidade e monotonia.
- Problemas de otimização e outras aplicações das derivadas.

- Estudar a continuidade de uma função num ponto e num subconjunto do domínio.
- Identificar e justificar a continuidade de funções polinomiais, racionais e irracionais.
- Conhecer a continuidade da soma, da diferença, do produto e do quociente de funções contínuas.

- Conhecer e aplicar o teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy).

- Identificar graficamente e determinar as assíntotas verticais, horizontais e oblíquas ao gráfico de uma função.

- Conhecer e aplicar a derivada da soma, da diferença, do produto e do quociente de funções diferenciáveis;
- Conhecer e aplicar a derivada de funções do tipo  $f(x) = x^\alpha$  (com  $\alpha$  racional e  $x > 0$ ).

- Relacionar o sinal e os zeros da função derivada com a monotonia e extremos da função e interpretar graficamente.
- Resolver problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis;
- Conhecer a composição de funções e o teorema da derivada da função composta.

- Utilizar a tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjecturas.

Indagador/  
Investigador  
(C, D, F, H, I)

Respeitador da  
diferença do outro  
(A, B, E, F, H)

## 2.º Período

### 2. Derivadas de segunda ordem, extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexão

- 2.1. Derivada de segunda ordem de uma função.
- 2.2. Sinal da derivada de segunda ordem num ponto crítico e identificação de extremos locais.
- 2.3. Pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis.
- 2.4. Interpretação cinemática da derivada de segunda ordem de uma função posição: aceleração média e aceleração; unidades de medida de aceleração.
- 2.5. Estudo e traçados de gráficos de funções diferenciáveis.
- 2.6. Resolução de problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis.
- 2.7. Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas, acelerações médias e acelerações instantâneas e mudanças de unidades de aceleração.
- 2.8. Resolução de problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma  $f(x)=g(x)$  utilizando uma calculadora gráfica.

### Trigonometria e Funções Trigonométricas

#### Diferenciação de funções trigonométricas

1. Fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação.
2. Limite notável  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .
3. Diferenciabilidade das funções seno, cosseno e tangente.
4. Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções trigonométricas.

- Relacionar a derivada de segunda ordem com o sentido da concavidade do gráfico de uma função e com a noção de aceleração.

- Resolver problemas.

- Fazer o estudo completo de uma função.

- Conhecer as fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação.

- Conhecer e aplicar o limite notável  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .

- Conhecer e aplicar as derivadas das funções seno, cosseno e tangente.

- Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas num contexto de modelação.

Sistematizador/  
organizador  
(A, B, C, I, J)

- Utilizar a tecnologia gráfica, geometria dinâmica e folhas de cálculo, no estudo de funções, de geometria e números complexos.

Questionador  
(A, F, G, I, J)

## Funções Exponenciais e Logarítmicas

1. Sucessão de termo geral  $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$

2. Definição do número de Neper

3. Funções exponenciais

- Propriedades da função definida nos números racionais pela expressão  $f(x)=a^x$ ,  $a>0$ : monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas.
- Extensão ao caso real: definição das funções exponenciais de base  $a$  e respetivas propriedades.
- Função exponencial  $e^x$  e relação com o limite da sucessão de termo geral  $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ .
- Limite notável e derivada da função exponencial.

4. Funções logarítmicas

- Função logarítmica de base enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base  $a \neq 1$ ; logaritmo decimal e logaritmo neperiano.
- Monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos.
- Derivadas das funções logarítmicas e da função  $a^x$ ,  $a>0$ ;
- Derivada da função  $x^a$ ,  $a$  real.

• Estudar da sucessão de termo geral  $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ , com  $x \in \mathbb{R}$  e definição de número de Neper.

• Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo  $f(x) = a^x$ , ( $a > 1$ ): monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas;

• Caracterizar uma função logarítmica como função inversa de uma função exponencial de base  $a$ , com  $a > 1$ , referindo logaritmos neperiano e decimal.

• Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo  $f(x) = \log_a x$ : monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas dos logaritmos.

• Apreciar o papel da matemática no desenvolvimento das outras ciências e o seu contributo para a compreensão e resolução dos problemas da humanidade através dos tempos.

Comunicador  
(A, B, D, E, H)

<p><b>Limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas</b></p> <p>1. Limites notáveis: <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}</math> e <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}</math></p> <p>2. Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e aplicar os limites notáveis <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}</math> e <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}</math>.</li> </ul>		
<b>3.º Período</b>			
<p style="text-align: center;"><b>Números Complexos</b></p> <p><b>Introdução aos números complexos</b></p> <p><b>Corpo dos números complexos.</b></p> <p><b>Forma algébrica de um número complexo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Representação dos números complexos na forma <math>Z=a+bi</math>, <math>a,b \in \mathbb{R}</math></li> <li>- Parte real e parte imaginária dos números complexos; o plano complexo e os eixos real e imaginário; ponto afixo de um número complexo.</li> <li>- Operações com números complexos na forma algébrica.</li> </ul> <p><b>Forma trigonométrica de um número complexo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Argumento de um número complexo e representação trigonométrica dos números complexos.</li> <li>- Operações com números complexos na forma trigonométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contextualizar historicamente a origem dos números complexos.</li> <li>• Definir a unidade imaginária e o conjunto <math>\mathbb{C}</math> dos números complexos.</li> <li>• Representar números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica.</li> <li>• Representar geometricamente números complexos.</li> <li>• Operar com números complexos na forma algébrica (adição, multiplicação e divisão).</li> <li>• Operar com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados.</li> </ul>	<p>Autoavaliador (transversal às áreas)</p>

<p><b>Raízes n-ésimas de números complexos</b></p> <p>- Soluções das equações da forma <math>z^n=W</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math> e <math>W \in \mathbb{C}</math>; raízes em <math>\mathbb{C}</math> de polinómios do segundo grau de coeficientes reais.</p> <p>- Resolução de problemas envolvendo propriedades algébricas e geométricas dos números complexos, a respetiva forma trigonométrica, raízes n-ésimas de números complexos e as fórmulas de De Moivre.</p> <p><b>Conjuntos de pontos definidos por condições sobre números complexos.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explorar geometricamente as operações com números complexos e resolver problemas envolvendo as propriedades algébricas e geométricas dos números complexos.</li> <li>• Resolver e interpretar as soluções de equações em <math>\mathbb{C}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas, atividades de modelação ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens.</li> </ul>	<p>Participativo/ colaborador (B, C, D, E, F)</p>
<p style="text-align: center;"><b>Estatística</b></p> <p><b>Somatórios. Média. Desvio-padrão.</b></p> <p><b>Percentis.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Somatórios.</li> <li>2. Média de uma amostra.</li> <li>3. Variância e desvio-padrão.</li> <li>4. Percentis.</li> <li>5. Resolução de problemas utilizando a calculadora gráfica</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar medidas de localização de uma amostra: moda, média, mediana, quartis e percentis; medidas de dispersão: amplitude interquartil, variância e desvio-padrão.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões.</li> </ul>	<p>Responsável/ autónomo (C, D, E, F, G, I, J)</p>

<p><b>Relações bidimensionais.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Amostra bivariada. Nuvem de pontos.</li> <li>2. Reta de regressão.</li> <li>3. Coeficiente de correlação linear.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Abordar gráfica e intuitivamente distribuições bidimensionais, nomeadamente o diagrama de dispersão, o coeficiente de correlação e a reta de regressão.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.</li> </ul>	<p>Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)</p>
--	---	---	---

**NOTA 1:** Ao longo da planificação, aparecem referenciados os conteúdos não lecionados ou pouco consolidados no 11.º ano.

**NOTA 2:** Planificação elaborada de acordo com as Aprendizagens Essenciais referentes ao Ensino Secundário homologadas pelo Despacho nº 8476-A/2018.

**NOTA 3:** A recuperação e a consolidação das aprendizagens, previstas no Despacho nº 6906-B/2020, serão efetuadas ao longo do ano letivo e inseridas em cada domínio de conteúdo, com vista a promover a transição para as aprendizagens subsequentes, numa lógica de continuidade, progressão e complexificação crescente, salvaguardando-se a sequencialidade do processo de ensino, de avaliação e de aprendizagem.

**NOTA 4:** Os conteúdos programáticos abordados ao longo do ano letivo poderão estar sujeitos a reestruturação, de acordo com necessidades dos alunos e com a situação didática específica.

Legenda: **A** – Linguagem e Textos; **B** – Informação e Comunicação; **C** – Raciocínio e Resolução de Problemas; **D** – Pensamento Crítico e Pensamento Criativo; **E** – Relacionamento Interpessoal; **F** – Desenvolvimento Pessoal e Autonomia; **G** – Bem-estar, Saúde e Ambiente; **H** - Sensibilidade Estética e Artística; **I** - Saber Científico, Técnico e Tecnológico; **J** – Consciência e Domínio do Corpo.

<p><b>Avaliação</b></p>
<p>De acordo com o documento Critérios de avaliação</p>