



**AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DR. VIEIRA DE CARVALHO**  
Escola Básica e Secundária Dr. Vieira de Carvalho  
Departamento de Matemática e Ciências Experimentais  
Planificação Anual de Matemática A - 12º ano  
Ano Letivo 2018/2019



TEMA	TÓPICOS	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO *
<b>CÁLCULO</b> <b>COMBINATÓRIO</b>	✓ <b>Propriedades das operações sobre conjuntos</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Revisões: operações com conjuntos</li><li>• Propriedades das operações sobre conjuntos: inclusão, interseção e reunião</li><li>• Resolução de problemas envolvendo operações sobre conjuntos e cardinais de conjuntos</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Testes de conteúdos globais.</li></ul>
		<ul style="list-style-type: none"><li>• Princípios fundamentais de contagem: princípio geral da adição e princípio geral da multiplicação</li></ul>	

<b>CÁLCULO COMBINATÓRIO</b>	<b>✓ Fatos elementares de combinatória</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Arranjos com repetição</li> <li>• Permutações</li> <li>• Arranjos sem repetição</li> <li>• Combinações</li> <li>• Simplificação de expressões envolvendo fatoriais, arranjos e combinações</li> <li>• Resolução de problemas de contagens envolvendo arranjos e combinações</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Testes de conteúdos específicos.</li> </ul>
	<b>✓ Triângulo de Pascal e Binómio de Newton</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Triângulo de Pascal</li> <li>• Binómio de Newton</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o triângulo de Pascal e o binómio de Newton</li> </ul>	

<b>PROBABILIDADES</b>	<b>✓ Espaços de probabilidade</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisões: experiência aleatória, espaço amostral, acontecimentos, operações com acontecimentos e regra de Laplace</li> <li>• Probabilidade no conjunto <math>\mathcal{P}(E)</math> e espaço de probabilidade</li> <li>• Acontecimentos e regra de Laplace</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o cálculo combinatório e a determinação de probabilidades em situações de equiprobabilidade de acontecimentos elementares</li> <li>• Propriedades das probabilidades</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo espaços de probabilidades e a determinação de propriedades da função de probabilidade</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de registo do trabalho individual.</li> </ul>
	<b>✓ Probabilidade condicionada</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceito de probabilidade condicionada</li> <li>• A probabilidade condicionada como uma probabilidade em <math>\mathcal{P}(E)</math></li> <li>• Resolução de problemas envolvendo probabilidade condicionada</li> <li>• Acontecimentos independentes</li> <li>• Teorema da probabilidade total</li> </ul>	

<b>Funções Reais de Variável Real</b>	<b>✓ Teoremas de comparação e os teoremas das sucessões e funções enquadradas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisões: definição de sucessão real, termo geral, limites de sucessões</li> <li>• Teoremas de comparação e teorema das sucessões enquadradas</li> <li>• Teoremas de comparação envolvendo desigualdades entre funções e os respetivos limites e teoremas das funções enquadradas</li> <li>• Resolver problemas envolvendo os teoremas de comparação e o teorema das sucessões e funções enquadradas para o cálculo de limites</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de registo de ocorrências.</li> </ul>
	<b>✓ Propriedades elementares das funções contínuas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy)</li> <li>• Teorema de Weierstrass</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o estudo da continuidade de funções reais de variável real</li> </ul>	

<p style="text-align: center;"><b>Funções Reais de Variável Real</b></p>	<p style="text-align: center;">✓ <b>Derivadas de funções reais de variável real e aplicações</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Revisões</li><li>• Derivada de segunda ordem de uma função</li><li>• Pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis</li><li>• Resolução de problemas envolvendo propriedades das funções diferenciáveis</li><li>• Problemas de otimização</li><li>• Esboçar o gráfico de funções definidas analiticamente</li><li>• Aplicação da noção de derivada à cinemática do ponto</li><li>• Resolução de problemas envolvendo a determinação de valores aproximados de soluções de equações da forma <math>f(x) = g(x)</math>, utilizando uma calculadora gráfica.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Testes de conteúdos globais.</li></ul>
--	--	--	--

<p><b>Trigonometria e Funções Trigonométricas</b></p>	<p>✓ <b>Fórmulas de trigonometria</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisões</li> <li>• Fórmulas de <math>\sin(\alpha + \beta)</math> ; <math>\cos(\alpha + \beta)</math> ; <math>\sin(\alpha - \beta)</math> e de <math>\cos(\alpha - \beta)</math></li> <li>• Fórmulas da duplicação</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a utilização de fórmulas trigonométricas</li> <li>• O limite notável <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Testes de conteúdos específicos.</li> </ul>
	<p>✓ <b>Derivada de funções trigonométricas</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Derivada da função seno, derivada da função cosseno e derivada da função tangente</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções trigonométricas, determinação dos respetivos intervalos de monotonia bem como os extremos relativos e absolutos</li> </ul>	

<p style="text-align: center;"><b>Trigonometria e Funções Trigonométricas</b></p>	<p style="text-align: center;">✓ <b>Osciladores harmónicos e a segunda lei de Newton</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudo das funções definidas analiticamente por <math>a \sin (b x + c) + d</math>, <math>a \cos (b x + c) + d</math> e <math>a \tan (b x + c) + d</math>, (<math>a, b \neq 0</math>)</li> <li>• Osciladores harmónicos: amplitude, pulsação, período, frequência e fase</li> <li>• Os osciladores harmónicos como soluções de equações diferenciais da forma <math>f'' = -\omega^2 f</math>; relação com a segunda lei de Newton e com a lei de Hooke</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo osciladores harmónicos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de registo do trabalho individual.</li> </ul>
---	--	---	---

<b>Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas</b>	<b>✓ Juros compostos e número de Neper</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Juros compostos</li> <li>• Número de Neper</li> <li>• Resolver problemas envolvendo juros compostos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de registo de ocorrências.</li> </ul>
	<b>✓ Funções exponenciais</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriedades da função definida nos números racionais por <math>f(x) = a^x, a &gt; 0</math>: monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas</li> <li>• Funções definidas nos números reais por <math>f(x) = a^x, a &gt; 0</math> e respetivas propriedades</li> <li>• Algumas equações e inequações envolvendo exponenciais</li> <li>• O limite <math>\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n</math></li> <li>• O limite <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h}</math></li> <li>• Derivada da função exponencial de base e</li> </ul>	

<p style="text-align: center;"><b>Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas</b></p>	<p style="text-align: center;">✓ <b>Funções logarítmicas</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceito de logaritmo</li> <li>• Função logarítmica e propriedades</li> <li>• Propriedades algébricas dos logaritmos</li> <li>• Algumas equações e inequações envolvendo logaritmos</li> <li>• Derivadas da função <math>a^x</math>, <math>a &gt; 0</math>, das funções logarítmicas e da função <math>x^\alpha</math>, <math>\alpha \in \mathbb{R}</math> e <math>x \in \mathbb{R}^+</math></li> <li>• Resolução de problemas envolvendo as propriedades algébricas das funções exponenciais e logarítmicas</li> <li>• Resolver problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, a determinação dos respetivos intervalos de monotonia bem como os extremos relativos e absolutos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Testes de conteúdos globais.</li> </ul>
---	--	---	--

<p style="text-align: center;"><b>Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas</b></p>	<p style="text-align: center;">✓ <b>Limites notáveis</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O limite <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}</math></li> <li>• O limite <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}</math></li> <li>• Cálculo de limites de funções e sucessões envolvendo logaritmos e exponenciais</li> <li>• Resolver problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas e a existência de assíntotas ao respetivo gráfico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Testes de conteúdos específicos.</li> </ul>
	<p style="text-align: center;">✓ <b>Modelos Exponenciais</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelos exponenciais: decaimento radioativo, crescimento populacional, modelo de Newton de aquecimento/arrefecimento</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a modelação de sistemas por equações da forma <math>y' = ky, k \in \mathbb{R}</math></li> </ul>	

<b>Primitivas e Cálculo Integral</b>	<b>✓ Noção de primitiva</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definição de primitiva e propriedades</li> <li>• Primitivas de funções de referência</li> <li>• Propriedades (linearidade da primitivação)</li> <li>• Cálculo de primitivas de funções dadas por expressões da forma <math>u'(x)f(u(x))</math>, sendo conhecida uma primitiva de <math>f</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de registo do trabalho individual.</li> </ul>
	<b>✓ Cálculo integral</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definição intuitiva da noção de integral</li> <li>• Origem histórica do símbolo de integral</li> <li>• Propriedades do integral definido</li> <li>• Teorema fundamental do cálculo (integral) e fórmula de Barrow</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo o cálculo de integrais definidos</li> <li>• Cálculos de medidas de áreas de regiões do plano e resolução de problemas envolvendo a determinação da medida da área de regiões do plano delimitadas por gráficos de funções.</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidade, aceleração e a primitivação e integração de funções reais de variável real.</li> </ul>	

<b>Números Complexos</b>	<p>✓ <b>Contexto histórico do aparecimento dos números complexos e respetiva construção</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A fórmula de Cardano e a origem histórica dos números complexos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grelha de registo de ocorrências.</li> </ul>
	<p>✓ <b>Corpo dos números complexos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O corpo dos números complexos e as propriedades das operações <math>+</math> e <math>\times</math> em <math>\mathbb{R}^2</math>; <math>\mathbb{R}</math> enquanto subconjunto de <math>\mathbb{C}</math>; a unidade imaginária <math>i = (0, 1)</math></li> <li>• Representação dos números complexos na forma <math>a + bi</math>, <math>a, b \in \mathbb{R}</math>; parte real e parte imaginária dos números complexos; números imaginários puros</li> <li>• Adição e multiplicação de números complexos na forma algébrica</li> <li>• O plano complexo; ponto afixo de um número complexo e Interpretação geométrica da adição de dois números complexos</li> </ul>	

<b>Números Complexos</b>	<b>✓ Operar com números complexos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjugado de um número complexo e algumas propriedades relativas ao conjugado de números complexos</li> <li>• Módulo de um número complexo e algumas propriedades relativas ao módulo de números complexos</li> <li>• Inverso de um número complexo e quociente de dois números complexos e algumas propriedades relativas ao quociente de dois números complexos</li> <li>• Resolução e problemas envolvendo números complexos e as respectivas propriedades algébricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Testes de conteúdos globais.</li> </ul>
	<b>✓ Forma Trigonométrica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Complexos de módulo 1; exponencial complexa <math>e^{i\theta}</math>; argumento de um número complexo e forma trigonométrica de um número complexo; igualdade de dois números complexos; argumento principal</li> <li>• Passagem de um número complexo escrito na forma trigonométrica para a forma algébrica e vice-versa</li> </ul>	

<b>Números Complexos</b>	✓ <b>Forma trigonométrica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Operações com números complexos na forma trigonométrica e interpretação geométrica; fórmula de De Moivre</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a representação, por números complexos, de isometrias do plano (translações, reflexões e rotações) ou outras transformações do plano, como as homotetias</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo a representação trigonométrica de números complexos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Testes de conteúdos específicos.</li> </ul>
	✓ <b>Raízes <math>n</math>-ésimas de números complexos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluções das equações da forma <math>z^n = w</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math> e <math>w \in \mathbb{C}</math></li> <li>• Resolução de problemas envolvendo equações da forma <math>z^n = w</math> e vértices de polígonos regulares enquanto afixos de números complexos</li> <li>• Raízes em <math>\mathbb{C}</math> de polinómios de segundo grau de coeficientes reais e resolução de problemas envolvendo polinómios de 2.º grau</li> </ul>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjuntos de pontos definidos por condições sobre números complexos</li> <li>• Resolução de problemas envolvendo representação de conjuntos de pontos definidos por condições sobre números complexos.</li> </ul>	

\*Os instrumentos de avaliação referidos são comuns a todos os temas sendo, portanto, utilizados sempre ao longo do ano , sempre que o professor os considere adequados.

## OBJETIVOS TRANSVERSAIS

- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução.
- Interpretar e criticar resultados no contexto do problema.
- Resolver problemas nos domínios da Matemática.
- Descobrir relações entre conceitos de Matemática.
- Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.
- Usar corretamente o vocabulário e a simbologia específicos da Matemática.
- Apresentar os textos de forma clara e organizada.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.
- Identificar os dados, as condições e o objetivo do problema.
- Conhecer e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação de resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Averiguar a possibilidade de abordagens diversificadas para a resolução de um problema
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Resolver problemas nos domínios da Matemática, da Física, da Economia, das Ciências Humanas,...
- Descobrir relações entre conceitos de Matemática.
- Formular generalizações a partir de experiências.
- Comunicar conceitos, raciocínios e ideias, oralmente e por escrito, com clareza e progressivo rigor lógico.
- Interpretar textos de Matemática.

- Esta opção de planificação teve por base as seguintes orientações:

“Dadas as dificuldades e atrasos inerentes à implementação do Novo Programa, o domínio PCI poderá ser considerado facultativo, a título excecional, nos anos letivos 2017/2018 e 2018/2019. O período de exceção de dois anos resulta essencialmente pelo facto de que, só a partir do próximo ano letivo, os professores irão começar a organizar as suas planificações desde o 10.º ano de escolaridade, tendo em conta o presente documento. Deste modo, é necessária uma maior estabilização do mesmo para que, no futuro, seja possível o cumprimento integral do Programa e Metas Curriculares de Matemática A.”